

## СОДЕРЖАНИЕ КУРСА «ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ», 11 КЛАСС

### **Начальные сведения для решений уравнений и неравенств (5 ч)**

Аксиомы действительных чисел. Различные формы записи действительных чисел. Признаки делимости. Каноническое разложение числа на простые множители. Формула количества делителей натурального числа  $n$ . Формула суммы делителей натурального числа  $n$ . Деление с остатком. Чётные и нечётные числа. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.

### **О равносильных уравнениях и неравенствах (1 ч)**

Определение равносильных уравнений и неравенств. Уравнения- следствия, проверка корней и потеря корней при решении уравнений.

### **Приёмы решения уравнений (2ч)**

Разложение на множители, замена переменной, возведение в степень, иррациональные уравнения.

### **Рациональные уравнения и неравенства (4 ч)**

Рациональные уравнения. Некоторые методы решения рациональных уравнений. Обобщённый метод интервалов для решения рациональных неравенств. Решение иррациональных неравенств. Доказательство неравенств.

### **Системы уравнений и неравенств (3 ч)**

Основные методы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Метод Гаусса.

### **Задачи с параметрами и их решения (4 ч)**

Линейные уравнения и неравенства. Уравнения, приводимые к квадратным. Решение различных уравнений и неравенств с параметрами.

### **Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами (5 ч)**

Графический способ решения уравнений и неравенств с параметрами. Графический метод. Координатно - параметрический метод. Метод частных областей. Решение задач из ЕГЭ.

### **Решение планиметрических задач (5 ч)**

Решение треугольников. Четырёхугольники. Решение задач по теме «Площади». Свойство биссектрисы угла. Касательная к окружности и её свойства, свойства отрезков касательных, проведенных из одной точки. Свойство центральных и вписанных углов окружности. Свойство отрезков двух пересекающихся хорд. Решение задач на клетчатой бумаге.

### **Основные вопросы стереометрии (5 ч)**

Прямые и плоскости в пространстве: угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние между прямой и плоскостью, свойства двугранных углов. Многогранники. Тела вращения. Некоторые приемы вычисления отношений в стереометрии.

# ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ» НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### 1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

### 2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

### 3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

### 4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

### 5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

### 6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

### 7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

### 8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **Познавательные универсальные учебные действия**

#### **Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

#### **Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия**

#### **Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

### **Регулятивные универсальные учебные действия**

**Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:**

- 1) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 2) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- 3) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
- 4) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- 5) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- 6) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 7) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- 8) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- 9) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей.

<b>«Системно-теоретические результаты»</b>		
<b>Раздел</b>	<b>I. Выпускник на углубленном уровне научится</b>	<b>II. Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться</b>
<b>Цели освоения предмета</b>	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
<b>Требования к результатам</b>		
<b>Уравнения и неравенства</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</li> <li>• решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>• овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>• применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>• применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>• понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>• владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>• использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>• решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> <li>• владеть разными методами доказательства неравенств;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></li> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• решать уравнения в целых числах;</li> <li>• изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>• свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>• выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>• составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>• составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>• использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<b>Геометрия</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> <li>• самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</li> <li>• исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>• решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> <li>• <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>• <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>• <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>• <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>• <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении</i></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>• владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>• иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>• иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>• применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>• уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>• уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>• владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> </ul>	<p><i>сечений многогранников методом проекций;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>• <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> <li>• <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>• <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>• <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>• <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></li> <li>• <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></li> <li>• <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>• <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> <li>• <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>• <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>• <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских</i></li> </ul>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>• владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> <li>• иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>• иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>• уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>• иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	<p><i>углов многогранного угла при решении задач;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>• <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>• <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
<p><b><i>Векторы и координаты в пространстве</i></b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>• уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>• использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>• применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>• применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>• <i>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</i></li> <li>• <i>задавать прямую в пространстве;</i></li> <li>• <i>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</i></li> <li>• <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i></li> </ul>

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование по курсу «Избранные вопросы математики» для 11-го класса составлено с учетом рабочей программы воспитания. В воспитании детей юношеского возраста (уровень среднего общего образования) основным приоритетом является создание благоприятных условий для приобретения школьниками опыта осуществления социально значимых дел:

- опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в гимназии, дома или на улице;
- опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;
- опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения;
- опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;
- опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;
- опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

№ п/п	Дата	Тема урока
1.		Действительные числа. Признаки делимости. Каноническое разложение числа на простые множители
2.		Формула количества делителей натурального числа $n$ . Формула суммы делителей натурального числа $n$
3.		Деление с остатком. Четные и нечетные числа. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида
4.		Решение уравнений в целых числах
5.		Решение уравнений в целых числах
6.		Равносильные уравнения и неравенства. Уравнения-следствия, проверка корней и потеря корней при решении уравнений
7.		Разложение на множители, замена переменной, возведение в степень
8.		Иррациональные уравнения
9.		Рациональные уравнения. Некоторые методы решения рациональных уравнений
10.		Обобщённый метод интервалов для решения рациональных неравенств
11.		Решение иррациональных неравенств
12.		Доказательство неравенств
13.		Основные методы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение
14.		Основные методы решения систем уравнений: введение новых переменных
15.		Метод Гаусса
16.		Линейные уравнения и неравенства
17.		Уравнения, приводимые к квадратным
18.		Решение различных уравнений и неравенств с параметрами
19.		Решение различных уравнений и неравенств с параметрами
20.		Графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами
21.		Графический метод
22.		Координатно - параметрический метод. Метод частичных областей
23.		Координатно - параметрический метод. Метод частичных областей
24.		Решение задач из ЕГЭ
25.		Решение треугольников. Четырёхугольники. Свойство биссектрисы угла
26.		Решение задач по теме «Площади»
27.		Касательная к окружности и её свойства, свойства отрезков касательных, проведенных из одной точки
28.		Свойство центральных и вписанных углов окружности. Свойство отрезков двух

		пересекающихся хорд
29.		ГИР (Контрольный тест)
30.		Решение задач на клетчатой бумаге
31.		Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями
32.		Расстояние между прямой и плоскостью. Свойства двугранных углов
33.		Многогранники
34.		Тела вращения